

基于共轭齿面修正的航空弧齿锥齿轮高阶传动误差齿面拓扑结构设计

曹雪梅, 邓效忠, 聂少武

(河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003)

摘 要: 根据高阶传动误差和齿面印痕的设计需求, 提出基于共轭齿面修正的齿面设计方法. 采用与大轮齿面完全共轭的小轮齿面为基准面, 根据预设的高阶传动误差对齿面进行一次修正; 在此基础上根据接触印痕的需求对齿面进行两次修正, 通过对全齿面几何形状的精确控制实现高阶传动误差和齿面印痕的精确控制. 算例结果表明, 传动误差为6阶曲线, 幅值为 $3.1''$, 接触迹线与根锥的夹角接近 25° . 通过数字化滚检方法分析, 结果显示: 传动误差的形状、幅值、接触迹线与接触椭圆可以得到精确控制. 这种基于共轭齿面修正的齿面设计方法可推广应用于其他齿轮副的设计.

关 键 词: 弧齿锥齿轮; 高阶传动误差; 齿面印痕; 差齿面; 齿面修正

中图分类号: V323.8

文献标志码: A

Ease-off flank topography design for aviation spiral bevel gears with higher-order transmission errors by modification of conjugate flank

CAO Xue-mei, DEND Xiao-zhong, NIE Shao-wu

(School of Mechatronics Engineering,

Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China)

Abstract: A lean flank design methodology for spiral bevel gears by modification of conjugate flank was proposed for the predesigned higher-order transmission errors and contact pattern. The conjugate flank of gear was used as reference flank to construct the pinion flank. The reference flank was modified according to the predesigned higher-order transmission errors, and then it was modified secondly according to the predesigned contact pattern, so the topology of the pinion flank also could be controlled precisely to meet the need of the precise control of higher-order transmission errors and contact pattern. The developed approach was illustrated with numerical example and the result showed that the transmission error was 6-order function with the magnitude $3.1''$, and contact path orientation was nearly 25° from root cone. The digital rolling test was employed for tooth contact analysis, and the results showed that the shape and magnitude of transmission errors, contact path orientation and contact ellipse could be precisely controlled. This proposed flank methodology basing on modification of conjugate flank can also serve as a basis for developing a general technique of flank design for other gear types.

Key words: spiral bevel gears; higher-order transmission errors; contact pattern; ease-off flank topography; flank modification

收稿日期: 2013-12-05

基金项目: 国家自然科学基金(51475141); 河南科技大学创新基金(20132cx004); 河南教育厅基础研究基金(14B460014)

作者简介: 曹雪梅(1970—), 女, 浙江桐乡人, 副教授、硕士生导师, 博士, 主要从事齿轮的设计、制造与检测技术研究.

弧齿锥齿轮是航空传动系统的关键部件,航空弧齿锥齿轮高速、重载的工作条件对齿轮啮合性能提出了极高的要求。

通常齿轮副的传动误差曲线设计为二次抛物线形,以吸收装配误差引起的线性传动误差,提高其啮合的动态性能^[1-11]。研究表明二次抛物线的传动误差曲线尖顶磨去,近似4次抛物线,齿轮副振动和噪声大大降低^[12]。然而如何实现具有高阶传动误差曲线的齿轮副齿面是齿面设计的难点,也是制约进一步研究其承载能力和动态性能的瓶颈。基于摇台结构的铣齿机和标准刀具设计的齿面只能实现二次抛物线形传动误差。局部综合法预控在参考点2阶接触参数^[1-4],齿面主动设计法控制接触迹线上的3个点^[5-8],都难以达到对齿面的全局控制,及高阶传动误差的设计要求。基于 free-form 锥齿轮机床的齿面设计方法可直接设计和控制接触迹线上每一点^[9-11],但远离接触迹线上的齿面拓扑结构只能通过控制接触迹线上点的2阶齿面参数间接控制,无法实现全齿面的控制。

本文提出了一种齿面设计方法,首先构建与大轮齿面完全共轲的齿面作为基准面,根据高阶传动误差对基准面进行一次修正,在此基础上再根据齿面印痕的设计需求进行二次修正,通过对全齿面几何形状的有效控制实现啮合性能的精确控制,为进一步高阶传动误差的齿面啮合性能的研究奠定了基础。齿面加工不仅可以在 free-form 锥齿轮机床上实现,同时由于整个齿面的拓扑结构都精确控制,为反求切齿调整参数奠定了坚实的基础^[13-15]。

1 与大轮齿面完全共轲的小轮基准齿面

本文设计中大轮仍采用双面法加工,切齿参数按文献[1]选用。基于微分几何和空间啮合理论,可得到大轮齿面方程的表达式^[5]

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_2(\theta_g, \phi_g) \quad (1)$$

式中 θ_g, ϕ_g 是大轮齿面参数。

在大轮旋转投影面上划分网格,在全齿面上沿齿长方向取 m 点,齿高方向取 n 点。如图1所示。

齿面上任一网格点 $M_{ij}^j (i=1-n; j=1-m)$ 在大轮旋转投影坐标系中的坐标为 (L_{ij}, R_{ij}) , 满足位置方程^[16-17]

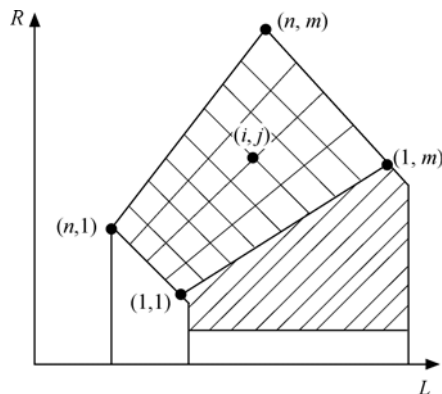


图1 齿面网格

Fig. 1 Grid of flank

$$x_2(\theta_g^j, \phi_g^j) = L_{ij}$$

$$\sqrt{y_2(\theta_g^j, \phi_g^j)^2 + z_2(\theta_g^j, \phi_g^j)^2} = R_{ij} \quad (2)$$

求解方程组(2),即可得到大轮齿面上任一网格点的位矢 $\mathbf{r}_2^j$ 及其法矢 $\mathbf{n}_2^j$ 。

小轮齿面与大轮齿面啮合时完全共轲,传动比等于齿轮副的名义传动比,则大轮啮合转角 φ_2 和小轮啮合转角 φ_1 的关系

$$\varphi_2 = \frac{Z_1}{Z_2}(\varphi_1 - \varphi_1^0) + \varphi_2^0 \quad (3)$$

式中 φ_2 为大轮啮合转角; φ_1 为小轮啮合转角; φ_2^0, φ_1^0 为设计参考点处的大、小轮啮合转角; z_1 为小轮齿数; z_2 为大轮齿数。

两个齿面啮合时应满足啮合方程

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}^{12} = f(\theta_g, \phi_g, \varphi_2) = 0 \quad (4)$$

式中 $\mathbf{v}^{12}$ 为相对速度。

根据啮合方程(4)及大、小轮啮合转角关系方程(3)和大轮齿面任一网格规划点 M_{ij}^j 的位矢 $\mathbf{r}_2^j$ 及法矢 $\mathbf{n}_2^j$, 可解出在小轮基准齿面上对应点的位矢及其法矢,该齿面即与大轮齿面完全共轲——啮合时为线接触,且满足传动误差要求。同时可求解出在该网格点参与啮合时的大轮啮合转角 φ_2^j 和小轮啮合转角 φ_1^j 。

2 高阶传动误差的小轮齿面修正

根据高阶传动误差的设计需求,对小轮基准面进行一次修正,得到满足高阶传动误差的小轮齿面。

高阶传动误差表示为

$$\begin{aligned} \varphi_2 = & \frac{Z_1}{Z_2}(\varphi_1 - \varphi_1^0) + \varphi_2^0 + d'_{21}(\varphi_1 - \varphi_1^0)^2 + \\ & e'_{21}(\varphi_1 - \varphi_1^0)^4 + f'_{21}(\varphi_1 - \varphi_1^0)^6 \end{aligned} \quad (5)$$

齿轮啮合时为保证传动的平稳性,传动误差

一般设计为对称曲线,因此多项式中只有偶次项.在设计参考点处传动比等于齿轮副的名义传动比,传动误差为 0.

对于大轮齿面的任意网格点,由方程(4)可得到该点参与啮合时的大轮啮合转角,由方程(5)确定相应的小轮啮合转角.将大轮齿面点的位矢和法矢经坐标变换到小轮坐标系中得到小轮齿面点的位矢及其法矢,得到满足高阶传动误差的小轮齿面,该齿面与大轮齿面是共轭关系的.

具有高阶传动误差的小轮齿面拓扑结构在齿根及齿顶、大端及小端会产生急剧变化,直接根据大轮齿面网格点及传动关系构造的具有高阶传动误差小轮齿面很难实现全齿面拓扑结构的构造,特别是在小轮根锥和面锥区域.小轮基准齿面变化较为和缓.因此,对小轮基准齿面网格点进行高阶传动误差的修正.

将第 1 节求出的小轮基准齿面的网格点投影到小轮旋转投影面上,再将该旋转投影面上的网格点投影到与大轮齿面啮合时满足高阶传动误差且线接触的小轮齿面上,从而得到相应网格点的位矢 $\mathbf{r}_2^j$ 和法矢 $\mathbf{n}_2^j$.

将差齿面定义为:预控(传动误差和齿面印痕)小轮齿面与小轮基准齿面(与大轮齿面完全共轭)的偏离.

分别设计传动误差曲线,如图 2 所示.

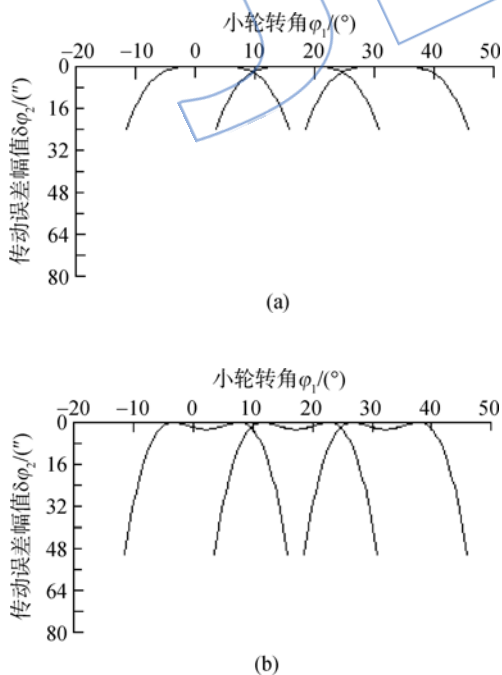


图 2 设计传动误差曲线

Fig. 2 Transmission errors for design

图 2(a)为 6 阶传动误差曲线,系数分别为 $d'_{21}=0.00019$, $e'_{21}=-0.05$, $f'_{21}=0.15$, 转换点处的幅值为 $2.2''$;图 2(b)为 6 阶传动误差曲线,系数分别为 $d'_{21}=0.003$, $e'_{21}=-0.18$, $f'_{21}=1.0$, 转换点处的幅值为 $2.2''$.

图 3(a)、图 3(b)分别为对应的小轮差齿面的拓扑结构图.从图 3(a)中可以看出:在齿宽中点(设计参考点)及相邻区域处传动误差为 0,所以差齿面在该区域附近偏差为 0,随着转角的变化量增大,差齿面的偏差量增大;图 3(b)可以看出:传动误差在设计参考点相邻区域处 2 的波动导致差齿面在该区域附近出现的 $1\sim 2\mu\text{m}$ 的轻微波动.

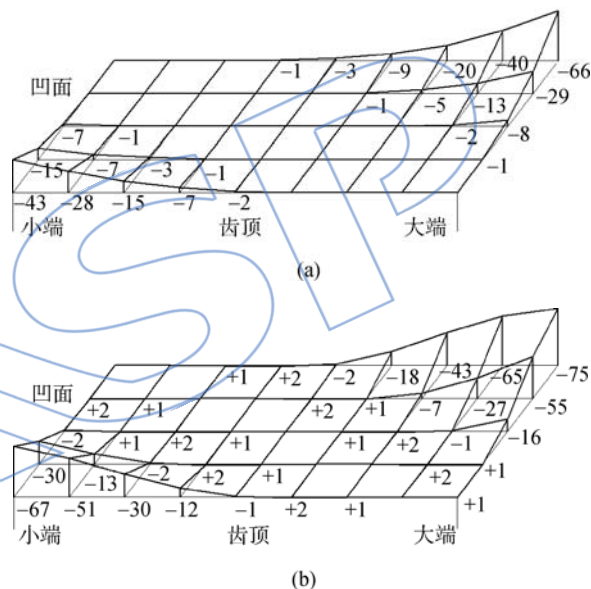


图 3 小轮差齿面的一次修正(单位: μm)

Fig. 3 Ease-off for pinion flank with first modification (unit: μm)

3 接触印痕的小轮齿面修正

3.1 接触迹线的控制

根据给定的接触迹线的位置及方向在大轮齿面上设计接触迹线,如图 4 所示.

设计接触迹线为直线,与根锥夹角为 η ,通过设计参考点 P_2 (在该点传动误差为 0).点 M_2^j 和点 P_2^j 分别为在同一啮合转角下大轮齿面上的网格点和接触迹线上的点.大轮啮合转角 ϕ_2^j 和小轮啮合转角 ϕ_1^j 满足高阶传动误差,可由第 2 节计算得到.

接触迹线上点 P_2^j 应满足啮合方程

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}^{12} = f(\theta_g^{*j}, \phi_g^{*j}, \phi_2^j) = 0 \quad (6)$$

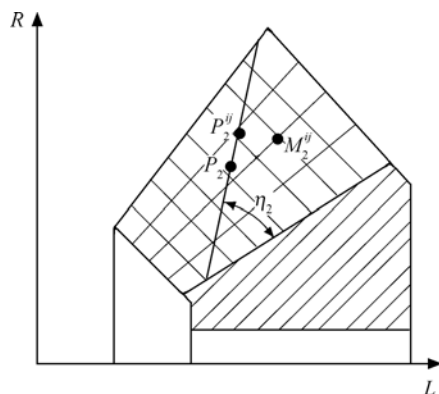


图 4 大轮齿面网格点与接触迹线

Fig. 4 Grid and contact path on flank of gear

P_2 与 P_2^{ij} 点的位置关系可列出两个位置方程

$$g(\theta_g^{*ij}, \phi_g^{*ij}, \varphi_2^{ij}) = 0 \quad (7)$$

求解方程(6)和方程(7)即可求出 P_2^{ij} 点的位矢和法矢,继而可求出满足高阶传动误差的线啮合小轮齿面设计接触迹线上对应点 P_1^{ij} 的位矢和法矢。

3.2 接触椭圆的控制

由第 2 节设计的小轮齿面仅能满足传动误差的设计需求,与大轮齿面啮合时处于线啮合状态,要实现大轮齿面和小轮齿面点接触且满足预置接触椭圆半轴长度,必须对该小轮齿面进行修正,即根据给定的接触椭圆长轴半径值对该小轮齿面上相应的网格点进行位矢修正。

接触椭圆半轴长度定义为两齿面之间的距离 $\Delta\delta=0.00635\text{ mm}$ 时,对应的接触椭圆半轴长度。

对于线啮合小轮齿面上任一网格点 M_0^{ij} 沿法线方向的位矢修正量 δ 应满足

$$\delta = \frac{l^2}{a^2} 0.00635 \quad (8)$$

式中 a 为预置接触椭圆半轴长度; l 为 M_0^{ij} 点到 P_1^{ij} 点在切平面上的投影长度。

小轮齿面上任一网格点 M_0^{ij} 的位矢 r_1^{ij} 可表示为

$$r_1^{ij} = r_0^{ij} + \delta n_0^{ij} \quad (9)$$

分别对线啮合小轮齿面所有网格点进行修正,即可构造出满足传动误差和齿面印痕要求的小轮齿面。

4 算 例

用该方法对一对弧齿锥齿轮进行设计,轮坯参数见表 1,大轮加工参数见表 2。

表 1 轮坯参数

Table 1 Parameters of blank

参数	小轮	大轮
齿数 z	20	86
模数 m/mm	4.25	
中点螺旋角 $\beta/(\circ)$	25	
螺旋方向	左旋	右旋
轴交角 $\Gamma/(\circ)$	51.152	
分锥角 $\gamma/(\circ)$	10.117	41.033

表 2 大轮加工参数

Table 2 Machine-tool settings of gear

参数	大轮加工参数
刀盘直径 D_{c2}/mm	304.8
刀顶距 p_{w2}/mm	3.429
压力角 $\alpha_2/(\circ)$	凸面 19 凹面 21
径向刀位 S_{r2}/mm	236.892
角向刀位 q_2/mm	35.665
滚比 m_{p2}	1.523
垂直轮位 E_{m2}/mm	0
轴向轮位 X_{g2}/mm	0
床位 X_{b2}/mm	-1.622
轮坯安装角 $r_2/(\circ)$	40.201

传动误差设计为 6 阶曲线,如图 2(b)所示;齿面印痕设计为大轮工作面接触迹线与根锥的夹角为 25° ,接触椭圆长轴半径与齿宽比值为 0.15。

图 3(b)为满足传动误差的小轮齿面与基准面的差齿面拓扑结构图。图 5 所示为满足传动误差与齿面印痕小轮齿面与基准面的差齿面拓扑图。

从图 3(b)可以看出,小轮齿面与大轮齿面为线接触,由于控制了传动误差,齿面沿接触迹线产生修正量;从图 5 可以看出,小轮齿面与大轮齿面为点接触,不仅沿接触迹线产生修正量,由于对接触印痕的控制,瞬时接触线也产生修正量使得差齿面修正量增大。

验证:采用数字化滚检的方法验证齿面印痕与传动误差。小轮齿面的拓扑表示为离散点坐标,通过双 3 次 NURBS(非均匀有理 B 样条)曲面拟合,得到数字化齿面^[18];依据空间啮合理论对数字化齿面进行齿面接触分析。传动误差和齿面印痕如图 6 所示。

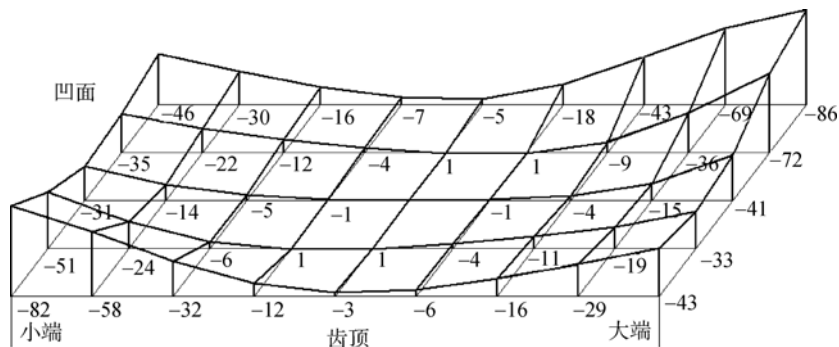
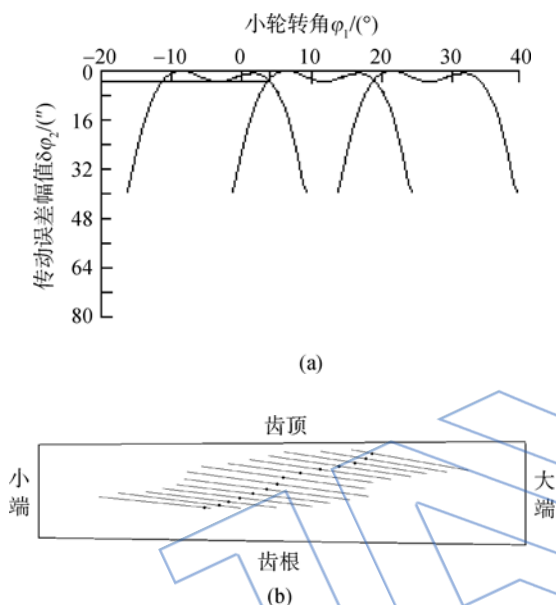
图5 小轮差齿面的二次修正(单位: μm)Fig. 5 Ease-off for pinion flank with second modification (unit: μm)

图6 传动误差和齿面印痕

Fig. 6 Transmission errors and contact pattern

从图6中可以看出,传动误差的形状及印痕的分布与设计基本相符.设计传动误差在转换点处的幅值为 $2.2''$,轮齿接触分析得到的转换点处的幅值为 $3.1''$;接触迹线虽然方向接近 25° ,但不是直线,直线度误差主要在齿面中部区域.出现偏差的原因在于:对齿面进行数字化滚检时,由于拟合数字化齿面时产生拟合误差.从图5可以看出在齿面中部区域高阶传动误差的设计齿面与基准面的偏差量为 $1\mu\text{m}$,微小的拟合误差导致作数字化滚检时的传动误差幅值的微小改变、接触迹线点的偏移.

5 结论

目前弧齿锥齿轮齿面的设计方法通过控制接触迹线上的一个或几个点的2阶或3阶接触参数控制整个齿面,只能对接触迹线的有限区域进行控制,无法实现全齿面的有效控制.此外,对接触

迹线点控制数量的限制也极大的影响了高阶传动误差的实现.

本文提出的齿面设计方法,在与大轮完全共轲的小轮基准齿面上首先根据传动误差进行一次修正,再根据齿面印痕进行二次修正.通过对全齿面几何形状的有效控制实现高阶传动误差和齿面印痕的精确控制,为高阶传动误差的齿面啮合性能的研究及高性能弧齿锥齿轮副的设计奠定了基础.

齿面加工不仅可以在 free-form 锥齿轮机床上实现,同时由于整个齿面的拓扑结构都精确控制,为反求切齿调整参数奠定了坚实的基础.

参考文献:

- [1] Litvin F L. Local synthesis and tooth analysis of face-milled of spiral bevel gears[J]. NASA CR4342, 1990.
- [2] Litvin F L. Computerized design, simulation of meshing, and contact and stress analysis of face-milled formate generated spiral bevel gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(5): 441-459.
- [3] 方宗德,刘涛,邓效忠.基于传动误差设计的弧齿锥齿轮啮合分析[J].航空学报,2002,23(3):226-230.
FANG Zongde, LIU Tao, DENG Xiaozhong. Tooth contact analysis of spiral bevel gears based on the design of transmission error[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23(3): 226-230. (in Chinese)
- [4] 方宗德,邓效忠.高重合度螺旋锥齿轮的设计与仿真[J].西北工业大学学报,2002,20(2):213-217.
FANG Zongde, DENG Xiaozhong. On reducing amplitude of transmission error of hypoid or spiral bevel gear[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2002, 20(2): 213-217. (in Chinese)
- [5] 曹雪梅,方宗德,张金良.弧齿锥齿轮的齿面主动设计[J].机械工程学报,2007,43(8):155-158.
CAO Xuemei, FANG Zongde, ZHANG Jinliang. Function-oriented active tooth surface design of spiral bevel gears [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(8): 155-158. (in Chinese)

- [6] 曹雪梅,方宗德,许浩. 弧齿锥齿轮的齿面主动设计及试验验证[J]. 机械工程学报, 2008, 44(7): 209-214.
CAO Xuemei, FANG Zongde, XU Hao. Function-oriented active tooth surface design of spiral bevel gears and experimental tests[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 209-214. (in Chinese)
- [7] 曹雪梅,方宗德,许浩. 基于传动性能和垂直轮位的弧齿锥齿轮齿面设计[J]. 航空动力学报, 2008, 23(1): 189-194.
CAO Xuemei, FANG Zongde, XU Hao. Tooth surface design of spiral bevel gears based on meshing performances and work offset[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(1): 189-194. (in Chinese)
- [8] 曹雪梅,张华,方宗德. 航空弧齿锥齿轮承载传动误差的分析与设计[J]. 航空动力学报, 2009, 24(11): 2618-2624.
CAO Xuemei, ZHANG Hua, FANG Zongde. Design and analysis of loaded transmission errors for aviation spiral bevel gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(11): 2618-2624. (in Chinese)
- [9] 吴训成,毛世民,吴序堂. 点啮合齿面主动设计理论和方法[J]. 机械科学与技术, 2000, 19(3): 347-349. (in Chinese)
WU Xuncheng, MAO Shimin, WU Xutang. On function-oriented design of point-contact tooth surfaces[J]. Mechanical Science and Technology, 2000, 19(3): 347-349. (in Chinese)
- [10] 周凯红,唐进元,曾韬. 基于预定啮合特性的点啮合齿轮的CNC制造技术研究[J]. 机械工程学报, 2009, 45(9): 173-182.
ZHOU Kaihong, TANG Jinyuan, ZENG Tao. Research on CNC manufacture of meshing characteristics-based design point-contact tooth surface[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(9): 173-182. (in Chinese)
- [11] 周凯红,唐进元,严宏志. 基于预定啮合特性的点啮合齿面设计方法[J]. 航空动力学报, 2009, 24(11): 2612-2617.
ZHOU Kaihong, TANG Jinyuan, YAN Hongzhi. Research on meshing characteristics-based design of point-contact tooth surface[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(11): 2612-2617. (in Chinese)
- [12] 魏冰阳,方宗德,周彦伟. 基于变性病的高阶传动误差设计与分析[J]. 西北工业大学学报, 2003, 21(6): 757-760.
WEI Bingyang, FANG Zongde, ZHOU Yanwei, et al. On improving design of spiral bevel gear with higher-order transmission error curve[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2003, 21(6): 757-760. (in Chinese)
- [13] Artoni A, Gabiccini M, Guiggiani M. Nonlinear identification of machine settings for flank form modifications in hypoid gears[J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 130(11): 1126021-1126028.
- [14] Gabiccini M, Artoni A, Guiggiani M. On the identification of machine settings for gear surface topography corrections[J]. Journal of Mechanical Design, 2012, 134(4): 041004. 1-041004. 8.
- [15] Artoni A, Gabiccini M, Kolivand M. Ease-off based compensation of tooth surface deviations for spiral bevel and hypoid gears: only the pinion needs corrections[J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 61(1): 84-101.
- [16] 方宗德,曹雪梅. 航空弧齿锥齿轮齿面坐标测量的数据处理[J]. 航空学报, 2007, 28(4): 456-459.
FANG Zongde, CAO Xuemei. Measuring data processing of aviation spiral bevel gears by using coordinate measurement[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(4): 456-459. (in Chinese)
- [17] 曹雪梅,王军,张海英. 弧齿锥齿轮齿面误差检测与实验验证[J]. 中国机械工程, 2009, 20(15): 1799-1801.
CAO Xuemei, WANG Jun, ZHANG Haiying. Geometric error measurement of spiral bevel gears and experimental test[J]. China Mechanical Engineering, 2009, 20(15): 1799-1801. (in Chinese)
- [18] 张军辉,方宗德,王成. 基于NURBS的弧齿锥齿轮真实齿面的数字化仿真[J]. 航空动力学报, 2009, 24(7): 1672-1676.
ZHANG Junhui, FANG Zongde, WANG Cheng. Digital simulation of spiral bevel gears real tooth surfaces based on non-uniform rational B-spline[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(7): 1672-1676. (in Chinese)